Les exposants fractionnaires et les radicaux

Définition : Soit a, b $\in \mathbb{R}$ et n est un entier supérieur ou égal à 2.

La **racine n-ième** d'un nombre réel a, noté $\sqrt[n]{a}$, est définie comme suit :

- Si n est impair, $\sqrt[n]{a} = b \Leftrightarrow b^n = a$
- Si n est pair et $a \geq 0$, $\sqrt[n]{a} = b \Leftrightarrow b^n = a$ et $b \geq 0$
- Si n est pair et $a < 0$, $\sqrt[n]{a}$ est non définie dans $\mathbb{R}$.

On dit que a est le **radicande** et n est l'**ordre de la racine**.

Remarques : 1) $\sqrt[n]{0} = 0$ pour tout entier $n \geq 2$.

2) la racine 2^e de a est appelée racine carrée et on écrit $\sqrt{a}$.

3) la racine 3^e de a est appelée racine cubique et on écrit $\sqrt[3]{a}$.

4) $\sqrt[n]{a}$ est unique lorsqu'elle existe.

Propriétés des radicaux :

1) $a^{1/n} = \sqrt[n]{a}$

2) $\sqrt[n]{a \times b} = \sqrt[n]{a} \times \sqrt[n]{b}$

3) $\sqrt[n]{\dfrac{a}{b}} = \dfrac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$ (si $b \neq 0$)

4) $a^{m/n} = \sqrt[n]{a^m} = (\sqrt[n]{a})^m$

Si les racines existent.

Un document portant sur les exposants entiers est disponible.