Les fonctions algébriques

- Une **fonction** f d'un ensemble A vers un ensemble B est une règle qui associe à certains éléments de l'ensemble A un et un seul élément de l'ensemble B. Habituellement, les ensembles A et B sont l'ensemble des nombres réels ($\mathbb{R}$).

- Soit $y = f(x)$ une fonction. On appelle **domaine** de la fonction l'ensemble des valeurs de x pour lesquelles il y a un correspondant y par la fonction f.

- Soit $y = f(x)$ une fonction. On dit que x est la **variable indépendante** et que y est la **variable dépendante**.

- Une **fonction polynomiale de degré n** est une fonction de la forme $f(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \ldots + a_1 x + a_0$ ($a_0, a_1, \ldots, a_n$ sont des nombres réels et $n \in \mathbb{N}$)
  Le domaine d'une telle fonction est $\mathbb{R}$.

  - Une **fonction** est dite **constante** lorsque, pour toutes les valeurs de la variable indépendante, la variable dépendante conserve la même valeur. En général, une fonction constante est exprimée sous la forme $f(x) = c$, où $c \in \mathbb{R}$. C'est une fonction polynomiale de degré zéro. La fonction $f(x) = 0$ est une fonction polynomiale sans degré appelée fonction nulle.

  - Une **fonction affine** est une fonction polynomiale de degré un, généralement exprimée sous la forme $f(x) = ax+ b$, où a et $b \in \mathbb{R}$ et $a \neq 0$.

  - Une **fonction quadratique** est une fonction polynomiale de degré deux, généralement exprimée sous la forme $f(x) = ax^2+ bx + c$, où a , b et $c \in \mathbb{R}$ et $a \neq 0$.

- Une **fonction rationnelle** est une fonction de la forme $f(x) = \frac{P(x)}{Q(x)}$
  où P(x) et Q(x) sont des polynômes et Q(x) n'est pas le polynôme nul ($Q(x) \neq 0$).

  - Puisque la division par zéro n'est pas définie, pour déterminer le domaine d'une telle fonction il faut exclure de l'ensemble des nombres réels les valeurs de x qui annulent le dénominateur. Ainsi :
    $\text{Dom}(f) = \mathbb{R} \setminus \{x \in \mathbb{R} \mid Q(x) = 0\}$.

- Une **fonction algébrique** est une fonction obtenue à partir d'additions, de soustractions, de multiplications, de divisions ou de puissances réelles constantes de polynômes.

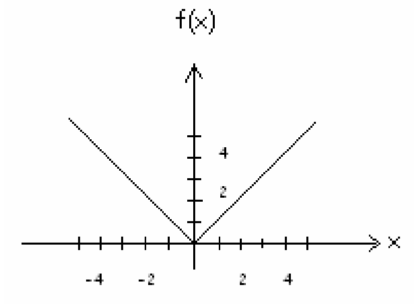
  - Pour déterminer le domaine d'une telle fonction il faut se rappeler que :
    - Lorsque nous avons un quotient, le dénominateur ne doit pas être nul ;
    - Lorsque nous avons une racine d'ordre paire, l'expression sous le radical ne doit pas être négative.

- Une **fonction définie par parties** est une fonction dont la loi de correspondance diffère selon les valeurs de la variable indépendante. Les exemples les plus classiques de ce type de fonction sont la fonction valeur absolue et la fonction partie entière.

  - La **fonction valeur absolue** de x, notée f(x) = | x |, est définie par parties de la façon suivante:

$$| x | = \begin{cases} x & \text{si } x \geq 0 \\ -x & \text{si } x < 0 \end{cases}$$

Sa représentation graphique étant :



  - La **fonction partie entière** de x, notée f(x) = [x], est définie par parties et correspond au plus grand entier plus petit ou égal à x et est définie de la façon suivante :

$$[x] = k \quad \text{si} \quad k \leq x < k+1$$
$$\text{où } k \in \mathbb{Z}$$

Sa représentation graphique étant :