CONDITIONS D'APPLICATION DES OPÉRATIONS ARITHMÉTIQUES SUR LES NOMBRES RÉELS

La **somme** $a+b$ des termes a, b :	$a+b\in\mathbb{R} \Leftrightarrow a\in\mathbb{R}$ et $b\in\mathbb{R}$
La **différence** $a-b$ des termes a, b :	$a-b\in\mathbb{R} \Leftrightarrow a\in\mathbb{R}$ et $b\in\mathbb{R}$
Le **produit** ab ou $a\cdot b$ des facteurs a, b :	$ab\in\mathbb{R} \Leftrightarrow a\in\mathbb{R}$ et $b\in\mathbb{R}$

Le nombre 0 est **absorbant** pour le produit des nombres réels, c'est-à-dire que $0a=0$ pour tout $a\in\mathbb{R}$.
En effet, $0+0=0 \Rightarrow (0+0)a=0a \Rightarrow 0a+0a=0a \Rightarrow 0a+0a-0a=0a-0a \Rightarrow 0a=0$.

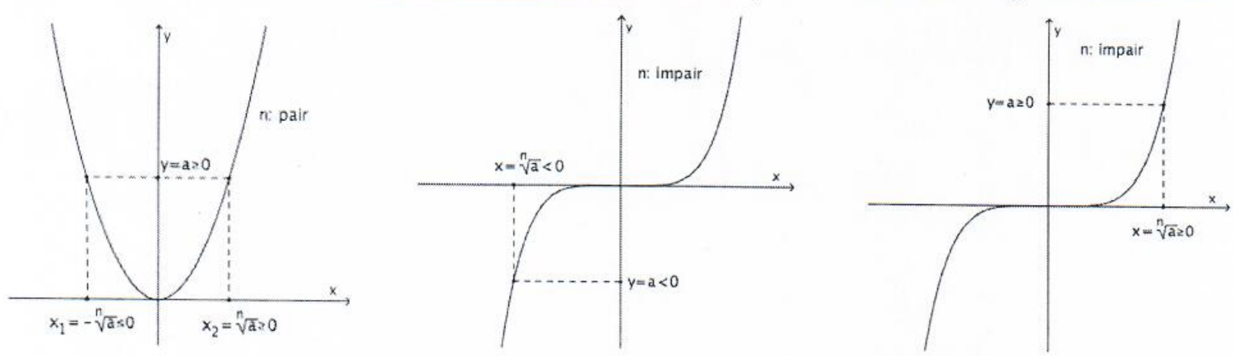
L'**inverse** $\frac{1}{b}$ du nombre réel b est défini comme étant le nombre vérifiant la propriété $b\cdot\frac{1}{b}=1$.
C'est pourquoi l'expression $\frac{1}{0}$ *n'est pas définie*, *sinon* on aurait à la fois $0\cdot\frac{1}{0}=0$ (0 étant absorbant) et $0\cdot\frac{1}{0}=1$ (par définition de l'inverse), *ce* qui *serait contradictoire* (car $0 \neq 1$, n'est-ce pas?!!).
Puisque par définition $\frac{a}{b}=a\cdot\frac{1}{b}$, alors $\frac{a}{0}$ *n'est pas définie*, quel que soit le nombre réel a : autrement dit, *il n'est jamais possible de diviser par le nombre* 0. En particulier, l'expression $\frac{0}{0}$ *n'est pas définie.*
Mais par ailleurs, si $b\neq 0$, alors $\frac{0}{b}=0$; en effet, $\frac{0}{b}=0\cdot\frac{1}{b}=0$ puisque 0 absorbe tout nombre réel $\frac{1}{b}$.

La **quotient** $\frac{a}{b}$ des facteurs a, b :	$\frac{a}{b}\in\mathbb{R} \Leftrightarrow a\in\mathbb{R}$ et $b\in\mathbb{R}^* \Leftrightarrow a\in\mathbb{R}$ et $b\in\mathbb{R}$ et $b\neq 0$

L'une des propriétés importantes des nombres réels qui en découle est que $ab=0 \Leftrightarrow a=0$ ou $b=0$.
En particulier, on a que $\frac{a}{b}=0 \Leftrightarrow a=0$ et $b\in\mathbb{R}^* \Leftrightarrow a=0$ et $b\in\mathbb{R}$ et $b\neq 0$.

La **puissance** a^n de base a et d'exposant n, où $n\in\mathbb{N}^*$:	$a^n\in\mathbb{R} \Leftrightarrow a\in\mathbb{R}$

Soit $n\in\{2,3,4,5, ...\}$. Les courbes représentant les fonctions $y=x^n$ ont la forme générale suivante:



Toutes les valeurs de x pour lesquelles on a $x^n=a$ sont nommées les **racines $n^{\text{ièmes}}$ du nombre a**.

Le **radical $n^{\text{ième}}$** $\sqrt[n]{a}$ de radicande a :	si n est pair, alors $\sqrt[n]{a}\in\mathbb{R} \Leftrightarrow a\in\mathbb{R}$ et $a\geq 0 \Leftrightarrow a\in[0,+\infty[$ si n est impair, alors $\sqrt[n]{a}\in\mathbb{R} \Leftrightarrow a\in\mathbb{R}$