

LE CERCLE TRIGONOMÉTRIQUE

Éléments de base à connaître

- Qu'est-ce qu'un radian ?
- Comment convertir les degrés en radians et les radians en degrés ?
- Qu'est-ce que le cercle trigonométrique ?
- Quelle relation existe-t-il entre un point P d'angle θ sur le cercle trigonométrique et les rapports sinus, cosinus, tangente ?
- Comment déterminer la coordonnée cartésienne d'un point P d'angle θ sur le cercle trigonométrique ?
- Que sont les angles remarquables et quelles sont leurs coordonnées sur le cercle trigonométrique ?

Exemple

Nous souhaitons déterminer, **sans calculatrice**, la coordonnée d'un point P placé sur le cercle trigonométrique formant un arc de cercle d'angle -120° au sens trigonométrique. Pour y arriver :

- a) Convertir -120° en radians.
- b) Placer le point P sur le cercle trigonométrique, identifier le quadrant dans lequel il se situe et déterminer le signe de l'abscisse et l'ordonnée cherchée.
- c) Quel angle dans l'intervalle $[0 : 2\pi]$ possède les mêmes coordonnées ?
- d) Déterminer la coordonnée du point P.
- e) Utiliser maintenant votre calculatrice pour confirmer votre réponse.

Solution détaillée à la page suivante

Ressources du web

1. Alloprof (ressources sous la forme écrite)

- i) Conversion des degrés en radians [CLIQUEZ ICI](#)
- ii) Étude du cercle trigonométrique. [CLIQUEZ ICI](#)

Note : Ne pas apprendre les points remarquables par coeur ! Se limiter aux sections jusqu'à la fonction d'enroulement inclusivement .

2. Chaîne youtube de Charles Bariteau (ressource sous la forme d'une vidéo)

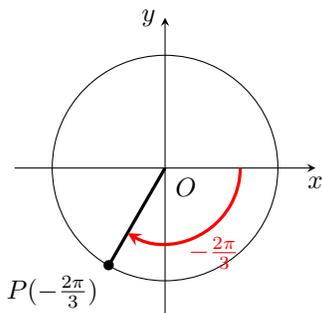
- i) Conversion de degrés en radians [CLIQUEZ ICI](#)
- ii) relation entre le cercle trigonométrique et les triangles rectangles. [CLIQUEZ ICI](#)
- iii) Placer les valeurs remarquables et leurs angles associés sur le cercle trigonométrique (sans devoir tout retenir par coeur !). [CLIQUEZ ICI](#)

Résolution de l'exemple

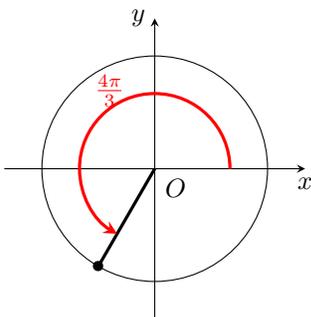
- a) Comme un cercle contient $360^\circ = 2\pi \text{ rad}$, nous pouvons établir la proportion suivante entre -120° et sa conversion en radians :

$$\frac{-120^\circ}{360^\circ} = \frac{\theta}{2\pi \text{ rad}} \implies \theta = \frac{-120^\circ \cdot 2\pi \text{ rad}}{360^\circ} = -\frac{2\pi}{3} \text{ rad}$$

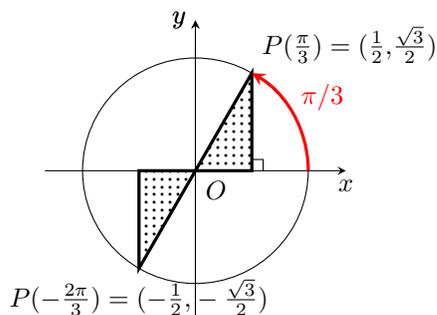
- b) Un angle négatif correspond à une rotation dans le sens horaire. Le point se situe dans le troisième quadrant et son abscisse (valeur en x) sera négative tout comme son ordonnée (valeur en y).



- c) La période du cercle trigonométrique est de 2π , donc $P(-\frac{2\pi}{3}) = P(-\frac{2\pi}{3} + 2\pi) = P(\frac{4\pi}{3})$.



- d) L'angle $-\frac{2\pi}{3}$ est associé à l'angle remarquable $\frac{\pi}{3}$. En effet, leurs coordonnées sont les mêmes aux signes près. Étant donné que $P(\frac{\pi}{3}) = (\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2})$ et que $-\frac{2\pi}{3}$ se situe dans le troisième quadrant, la coordonnée cherchée est $(-\frac{1}{2}, -\frac{\sqrt{3}}{2})$. Nous concluons donc que $P(-120^\circ) = P(-\frac{2\pi}{3}) = P(\frac{4\pi}{3}) = (-\frac{1}{2}, -\frac{\sqrt{3}}{2})$.



- e) Par définition, $P(\theta) = (\cos(\theta), \sin(\theta))$, c'est à-dire que la coordonnée (x, y) cherchée est $(\cos(-120^\circ), \sin(-120^\circ)) = (-0,5; -0,866) = (-\frac{1}{2}, -\frac{\sqrt{3}}{2})$. Faites attention d'utiliser le mode *degrés* de votre calculatrice pour effectuer le calcul de cette façon (en mode radians, il aurait fallu prendre $-\frac{2\pi}{3}$ comme angle au lieu de -120°).

Exercices

1. Évaluez les rapports trigonométriques suivant, sans calculatrice :

a) $\sin\left(\frac{16\pi}{3}\right)$

b) $\cos\left(-\frac{\pi}{4}\right)$

c) $\tan\left(\frac{5\pi}{6}\right)$

2. La coordonnée d'un point P sur le cercle trigonométrique est $P(\theta) = \left(\frac{\sqrt{3}}{2}, -\frac{1}{2}\right)$. Déterminez la valeur θ de ce point à l'intérieur de l'intervalle $[0, 2\pi]$.

3. Quelle est la coordonnée d'un point P placé sur le cercle trigonométrique formant un arc de cercle d'angle de 300° au sens trigonométrique.

Réponses

1. a) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$

b) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

c) $-\frac{\sqrt{3}}{3}$

2. $\frac{11\pi}{6}$

3. $\left(\frac{1}{2}, -\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$

Remarque : Les démarches sont fournies dans le vidéo suivant : [CLIQUEZ ICI](#).

Mise en garde : Des professeurs peuvent avoir des exigences différentes de ce que l'on peut voir dans les vidéos. Soyez attentifs aux directives qu'ils pourraient vous donner concernant la présentation des solutions et le détail des calculs.